

短基线 GPS 定向系统及搜索模糊度优化算法的研究

王先全, 吴敏, 冯济琴, 董淳

(重庆工学院电子学院, 重庆 400050; 重庆工学院车辆学院, 重庆 400050)

【摘要】 GPS 载波相位测量相对定位可以达到毫米级精度, 利用 GPS 载波相位测量方向可以达到 2 密位的精度。研究了载波相位双差测量方向的原理和应用最小二乘法解算基线矢量的算法, 详细讨论快速解算整周模糊度的优化算法。实验结果表明, 应用双 GPS 测量方向的原理和搜索模糊度优化算法正确, 其定向精度达 2 密位, 解算时间小于 0.3 秒, 并运用于产品中。

【关键词】 GPS; 载波相位; 整周模糊度; 短基线

【中图分类号】 TM966

【文献标识码】 A

【文章编号】 1009-2307 (2009) 04-0047-03

1 引言

GPS 载波相位双差能够削弱或消除卫星星历误差、卫星时钟误差、用户时钟误差、电离层误差、对流层误差及选择性误差, 用 GPS 载波相位双差法来测定相对位置可达到毫米级精度^[1-3]。用 3m 长的双 GPS 基线, 可以得到定向 2.0 密位的精度。

GPS 载波相位双差模糊度的求解, 是一个关键问题, 本文将研究双 GPS 载波相位定位定向理论, 详细讨论 GPS 载波相位模糊度求解的快速算法, 并对算法进行了优化, 大大提高运算速度。

2 GPS 载波相位双差定向系统测量原理

A、B 两天线观测两颗不同卫星 S_1 和 S_2 , 其双差载波相位方程为:

$$\begin{matrix} 12 \\ AB \end{matrix} = \frac{1}{\lambda} \ell_{AB}^2 + N_{AB}^{12} = \frac{1}{\lambda} [\ell_B^{(2)} - \ell_B^{(1)} - \ell_A^{(2)} + \ell_A^{(1)}] + N_{AB}^{12} \quad (1)$$

其中, $\ell_A^{(1)}$, $\ell_A^{(2)}$, $\ell_B^{(1)}$, $\ell_B^{(2)}$ 分别为 A、B 两天线至卫星 S_1 、 S_2 的距离, N_{AB}^{12} 为双差整周模糊度, λ 为波长。

以 A 为参考点, 进行泰勒级数展开, 并忽略高阶项^[4,5]

$$\begin{matrix} 12 \\ AB \end{matrix} = \frac{1}{\lambda} [-\frac{x^{(2)} - x_A}{\ell_A^{(2)}} x_B - \frac{y^{(2)} - y_A}{\ell_A^{(1)}} y_B - \frac{z^{(2)} - z_A}{\ell_A^{(2)}} z_B + \frac{x^{(1)} - x_A}{\ell_A^{(1)}} x_B + \frac{y^{(1)} - y_A}{\ell_A^{(1)}} y_B - \frac{z^{(1)} - z_A}{\ell_A^{(1)}} z_B] + N_{AB}^{12} \quad (2)$$

式 (2) 中各增量前系数为卫星至天线 A 的单位矢量。基线长度相对于 GPS 卫星离地面的距离相比甚短, 基线矢量对天线位置不敏感, 因此, 只要知道地面 GPS 接收机的位置, 则各系数可用 GPS 接收机至卫星的单位矢量代替。式 (2) 可以简写为:

$$\begin{matrix} 12 \\ AB \end{matrix} = (e_1 - e_2)R + N_{AB}^{12} \quad (3)$$

式中: $R = [R_x \ R_y \ R_z]^T = [x_B \ y_B \ z_B]^T$, $e_1 = [e_{1x} \ e_{1y} \ e_{1z}]$, $e_2 = [e_{2x} \ e_{2y} \ e_{2z}]$



作者简介: 王先全 (1968-), 男, 四川华蓥, 高级工程师, 硕士, 主要从事信号检测, 计算机软件等研究。

E-mail: wangxq@cqit.edu.cn

收稿日期: 2008-11-07

基金项目: 国家自然科学基金 (50575235); 重庆市自然科学基金 (2008BB2336)

3 最小二乘法求解双差模糊度与基线矢量

3.1 双差模糊度的浮点解

由于载波在可空中传输受到各种干扰, 会有误差, 引入误差概念, 式 (3) 改写为:

$$V = H_m X + L \quad (4)$$

式中: V ——残余误差向量;

$$L = \begin{bmatrix} -\frac{12}{AB} \\ -\frac{13}{AB} \\ -\frac{14}{AB} \end{bmatrix}, H_m = \begin{bmatrix} (e_1 - e_2) & 0 & 0 \\ (e_1 - e_3) & 0 & 0 \\ (e_1 - e_4) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = [R_x \ R_y \ R_z \ N_{AB}^{12} \ N_{AB}^{13} \ N_{AB}^{14}]^T$$

由最小二乘法可以得到基线向量和双差模糊度浮动解 $X^{(6)}$:

$$\hat{X} = (H_m^T P^{-1} H_m)^{-1} H_m^T P^{-1} L \quad (5)$$

式中: P ——双差观测量相关矩阵

式 (5) 求解的模糊度 N_{AB}^{12} 、 N_{AB}^{13} 、 N_{AB}^{14} 是浮点解, 取整为: N^{12} 、 N^{13} 、 N^{14} 。

3.2 整周模糊度的整数解

用浮点解经四舍五入处理的双差模糊度 N^{12} 、 N^{13} 、 N^{14} 不一定是真正的模糊度, 必须寻找真正的模糊度。

把 (3) 式改写为 (6) 式, 由最小二乘法得基线向量的估计值和 $V^T P V$ 。

$$V = H_r R + L_{DD} \quad (6)$$

式中 $H_r = [e_1 - e_2 \ e_1 - e_3 \ e_1 - e_4]^T$, $L_{DD} = [N_{AB}^{12} \ -\frac{12}{AB} \ N_{AB}^{13} \ -\frac{13}{AB} \ N_{AB}^{14} \ -\frac{14}{AB}]^T$

$$\begin{cases} \hat{R} = (H_r^T P^{-1} H_r)^{-1} H_r^T P^{-1} L_{DD} \\ V^T P V = (H_r \hat{R} + L_{DD})^T P (H_r \hat{R} + L_{DD}) \end{cases} \quad (7)$$

列出所有模糊度组合的组合, 求出基线向量的估计值 \hat{R} 和残差平方和 $V^T P V$, 则最小残差平方和对应模糊度就是真正的模糊度, 对应的基线向量估计值就是基线向量。

4 快速求解整周模糊度

用最小二乘法可以求解 GPS 载波相位双差模糊度和基线向量。但是, 它的整周模糊度组合数量特别巨大, 例如: 在长度为 3m 的基线, 载波相位的波长约为 19 cm, 若有 6 颗卫星, 则 $(2 \times 3 / 0.19)^5 = 10^8$ 个整周模糊度组合; 若有 10 个卫星, 则有 $(2 \times 3 / 0.19)^9 = 2.5 \times 10^{14}$, 并且计算是矩阵计算, 可见计算量如此巨大, 直接搜索整周模糊度是不现实的, 必须研究新的算法来解决该问题。

4.1 快速求解模糊度算法

这里, 假设有 5 个卫星, 每个双差载波相位模糊度组

合都为 5, 如图 1 所示。搜索算法是把所有双差模糊度进行组合, 进行逐一比较, 如 (2, 1, 2, 1) 组合。但是, 如果我们能判断 (3, 3) 不可能组合, 那么 (3, 3, x, x) 后面的模糊度就不考虑了。基于这种思路, 可以大大降低搜索计算量。

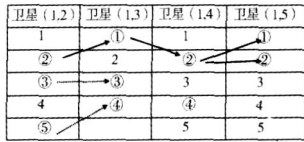


图 1 快速求解模糊度算法示意图

4.2 模糊度可能组合的判断依据

由模糊度组合 (2, 1, 2, 1) 可以计算基线向量和残差平方和 $V^T PV$, 记为 $W = V^T PV_1$ 。由模糊度组合 (2, 1, 2, 2) 可以计算基线向量和残差平方和 $V^T PV$, 记为 $V^T PV_2$ 。如果 $V^T PV_2 < W$, 那么模糊度组合 (2, 1, 2, 2) 可能是真值, 记 $W = V^T PV_2$ 。

由模糊度组合 (3, 3) 可以计算基线向量和残差平方和 $V^T PV$, 记为 $V^T PV_2$ 。经理论分析, 如果模糊度组合是真值, 两个模糊度组合的残差平方和 $V^T PV$ 肯定小于三个或四个模糊度组合。所以, 如果 $W < V^T PV_2$, 那么模糊度组合 (3, 3) 以后的就不用搜索了。

由于载波相位的噪声, 可能真值组合 (2, 1) 比非真值组合 (2, 2) 的残差平方和要大, 但真值组合 (2, 1, 2, 2) 比 (2, 2, x, x) 的任意组合的残差平方和要小, 采用上面这种方法, 有可能把 (2, 1) 舍掉。为了避免出现把真值组合 (2, 1) 舍掉, 取最小残差平方和 $W = 3W$ 。这样虽然要增大一些运算量, 但能保证不丢失真值。

4.3 模糊度的搜索流程

根据上面的思想, 下面以 5 个卫星为例详细论述其流程 (其他数量的卫星流程相似)。取搜索残差初始值 w 为无穷大; 依次取第一个双差模糊度, 如果取完所有模糊度, 则执行第 6 步; 依次取第二个双差模糊度, 计算基线向量和残差平方和 w_1 , 若 $w > w_1$, 则 $w = \min(3 * w_1, w)$, 执行第 4 步, 否则, 执行第 3 步; 如果取完第二个所有双差模糊度, 则执行第 2 步; 依次取第三个双差模糊度, 计算基线向量和残差平方和 w_1 , 若 $w > w_1$, 则 $w = \min(3 * w_1, w)$, 执行第 5 步, 否则, 执行第 4 步; 如果取完第三个所有双差模糊度, 则执行第 3 步; 依次取第四个双差模糊度, 计算基线向量和残差平方和 w_1 , $w = \min(3 * w_1, w)$, 执行第 5 步; 如果取完第四个所有双差模糊度, 则执行第 4 步; 如果所有模糊度取完, 则最小残差平方对应的模糊度和基线向量分别是真值模糊度和真值基线向量。

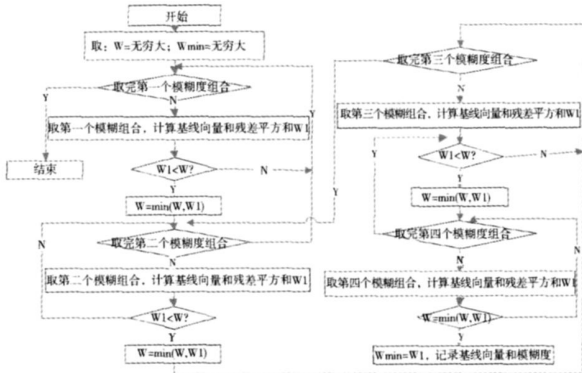


图 2 模糊度搜索流程图

5 搜索算法的优化

回顾上面式 (5)、(7), 如果同时观测 12 颗卫星, 在 300 s 时间内, 每秒采集 1 次。那么式 (5) 的矩阵的规模为: $[H]_{3300 \times 6}$ (下标 3300X6 表示矩阵 3300 行, 6 列)、 $[P]_{3300 \times 3300}$ 、 $[L]_{3300 \times 1}$, 式 (7) 的矩阵规模为: $[V]_{3300 \times 1}$ 、

$[H_r]_{3300 \times 3}$ 、 $[L_{DD}]_{3300 \times 1}$ 。求解 $\hat{X}, \hat{R}, V^T PV$ 的运算量是很大的, 特别是搜索双差模糊度, 需要改变模糊度组合, 计算 $\hat{R}, V^T PV$, 其运算量更大。

下面以 $C(C > 2)$ 颗卫星, m 秒时间的数据为例, 来研究一种优化的算法, 可以大大减少运算。

5.1 计算 \hat{X} 的优化算法

式 (5) 可以求解基线向量和整周模糊度, 如果在一段较长时间里采集卫星观测量, 它是一个特别大的矩阵运算, 要耗费大量的计算机资源。分析相关矩阵 P 的特点, 采用分块矩阵, 将大矩阵化为小矩阵计算, 可以使计算量大大减少。式 (5) 可以推导出:

$$\hat{X} = [H]_{6 \times 6}^{-1} [L]_{6 \times 1} \quad (8)$$

其中: $[H]_{6 \times 6} = H_m^T P^{-1} H_m = \sum_{i=1}^m H_{m_i}^T P_N^{-1} H_{m_i}$, $[L]_{6 \times 1} =$

$$H_m^T P^{-1} L = \sum_{i=1}^m H_{m_i}^T P_N^{-1} L_i$$

$$H_m = \begin{bmatrix} H_{m_1} \\ H_{m_2} \\ \dots \\ H_{m_m} \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ L_m \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} P_N & & & 0 \\ & P_N & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & P_N \end{bmatrix}$$

H_{m_i} —— C 颗卫星第 i 时刻的系数矩阵, 矩阵大小为 $(C-1) \times 6$;

L_i —— C 颗卫星第 i 时刻的载波矩阵, 矩阵大小为 $(C-1) \times 6$;

P_N —— C 颗卫星一个时刻的双差相关矩阵, 矩阵大小为 $(C-1) \times (C-1)$ 。

上面算法, 矩阵的最大为 $(C-1) \times (C-1)$, 其运算量与式 (5) 相比, 大大减小。

5.2 计算 \hat{R} 的优化算法

搜索双差模糊度, 需要反复变换模糊度的组合, 计算基线向量和残差平方和, 计算量更是很大, 也需要优化算法。

式 (7) 的 L_{DD} 包括两部分: 载波相位观测量和整周模糊度。其中载波相位观测量在一段时间内是不变的, 只需一次计算; 整周模糊度组合在搜索过程中是变化的。利用这一特性, 可以简化计算。

$$\hat{R} = (H_r^T P^{-1} H_r)^{-1} H_r^T P^{-1} L_{DD} = (H_r^T P^{-1} H_r)^{-1} H_r^T P^{-1} (N_{AB} - AB)$$

$$= H_{NN} N - \left(\sum_{i=1}^m H_{r_i}^T P_N^{-1} H_{r_i} \right)^{-1} \sum_{i=1}^m H_{r_i}^T P_N^{-1} AB_i \quad (9)$$

式中: $H_{NN} = \sum_{i=1}^m H_{r_i}^T P_N^{-1} H_{r_i}$

$$H_r = \begin{bmatrix} H_{r_1} \\ H_{r_2} \\ \dots \\ H_{r_m} \end{bmatrix}, AB = \begin{bmatrix} AB_1 \\ AB_2 \\ \dots \\ AB_m \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} P_N & & & 0 \\ & P_N & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & P_N \end{bmatrix}, N_{AB} = \begin{bmatrix} N \\ N \\ \dots \\ N \end{bmatrix}$$

N —— C 颗卫星的整周模糊度, 它的大小是 $(C-1) \times 1$;

AB_i —— C 颗卫星第 i 时刻的双差载波相位矩阵, 其大小为 $(C-1) \times 1$;

H_{r_i} —— C 颗卫星第 i 时刻的系数矩阵, 矩阵大小为 $(C-1) \times 3$;

在 GPS 观测数据是一定时, 式 (9) 的第一项的 H_{NN} 是不变化的, 第二项是不变化的, 它们是小矩阵, 只需一次计算即可。当变化整周模糊度组合时, 只需 H_{NN} 与模糊度组合 N 相乘, 然后与第二项相加。通过这样的处理, 改变模糊度组合, 计算基线向量 R 的计算量就很小了。

5.3 计算 $V^T PV$ 的优化算法

当得到 R 后, 要计算 $V^T PV$, 计算量也是很大的, 并且每改变一次模糊度组合, 就要求解基线向量和 $V^T PV$, 有必要优化。

$$\begin{aligned} V^T PV &= (H_r \hat{R} + L_{DD})^T P (\hat{H}_r + L_{DD}) = (\hat{H}_r \hat{R} + N_{AB} - \\ &_{AB})^T P (\hat{H}_r \hat{R} + N_{AB} - \\ &_{AB}) \\ &= R^T \left[\sum_{i=1}^m H_{r_i}^T P_N H_{r_i} \right] \hat{R} + \hat{R}^T \left[\sum_{i=1}^m H_{r_i}^T P_N \right] N - \\ &\hat{R}^T \left[\sum_{i=1}^m H_{r_i}^T P_N \right] \hat{R} + N^T \left[\sum_{i=1}^m P_N H_{r_i} \right] \hat{R} + N^T \left[\sum_{i=1}^m P_N \right] N - \\ &N^T \left[\sum_{i=1}^m P_N \right]_{AB} + \left[\sum_{i=1}^m P_N H_{r_i} \right]_{AB} \hat{R} - \left[\sum_{i=1}^m P_N \right]_{AB}^T \hat{R} \\ &+ \left[\sum_{i=1}^m P_N \right]_{AB} \end{aligned} \quad (10)$$

上式括号里都是常数矩阵或常数, 并且都是小矩阵。在搜索模糊度时, 变化一种模糊度组合, 通过式 (9) 求解基线向量 R , 然后用式 (10) 计算残差平方和。其运算量将大大降低, 在采集数据时间长, 观测数据多时, 它们的计算量几乎一定。

6 实验与测试

在地里坐标 (-1581759, 5324503, 3124999), 相距 3 m 的两 GPS 天线, 每次测试采集 300 s 数据, 计算整周模糊度和基线的北方位。经多次测试, 列测试数据如表 1。

表 1 双 GPS 测试数据与结果

测试序号	卫星数	指北方 向(密位)	计算 时间(s)	指北 误差
1	5	1026.663915	0.25	-0.13
2	5	1027.238057	0.21	0.44
3	5	1027.214459	0.23	0.42
4	9	1026.831391	0.19	0.04
5	8	1026.628885	0.20	-0.17
6	8	1026.245320	0.22	-0.55
7	12	1026.892560	0.18	0.10
8	7	1026.637865	0.20	-0.17

从表 1 可以看出, 指北最大最小误差在 1 密位内, 计算时间在 0.3 s 内。一般地, 卫星数越多, 计算时间越短, 这是因为卫星数越多, 观测信息也越多, 收敛越快。

采用上述优化算法, 可以大大减小计算时间, 在增加测量时间和卫星数的情况下, 计算时间不会有大的变化。如果不采用优化算法, 计算时间将会很长而不能接受(在最初我们没有采用优化算法的实验中, 最长计算时间为 1.5 h)。

7 结束语

该系统经过我们两年多的研究, 几个月反复测试, 达到了我们设计指标, 其产品已经交付用户使用。本系统的主要成果: 研究了通过载波相位求解两个 GPS 之间的方位的理论, 两个 GPS 之间的长度检测精度在毫米级(而 GPS 的本身定位精度在数十米以内); 把基线长度作为约束条件, 显著提高定向精度, 一般情况, 在 3 m 长的基线, 采集 5 min 数据, 定向精度可以达到 2 个密位, 正确率可达 99%; 我们把快速求解整周模糊度应用于双 GPS 定向系统中, 采集 5 min 数据, 每秒取 1 次观察量, 同时观察卫星多达 12 颗时, 解算时间是 0.3 s。

参考文献

- [1] 吴显兵. 用小波变换进行周跳改正和卡尔曼滤波比较 [J]. 测绘科技, 1996, (6).
- [2] 黄丁发. GPS 差分与定位的差分理论及有效性 [J]. 西南交通大学学报, 1997, 32(4).
- [3] 胡从伟. 高精度 GPS 动态定位及精度测量 [J]. 工程勘测, 1998(4).
- [4] 邓强, 等. 基于 GPS 干涉仪的机载合成孔径雷达平台姿态控制与运动补偿的研究 [J]. 导航, 1995, 3(9).
- [5] 刘基余. GPS 动态载波相位测量定位 [J]. 导航, 1994, 3(9).
- [6] 费业泰. 误差理论与数据处理 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1995.

Research of phase integer ambiguity search optimal algorithm and short baseline GPS heading system

Abstract: The relative positioning precision based on GPS carrier-phase measuring can achieve millimeter level. Also, the high precision of two millimeter angular measure can be obtained in measuring direction with it. This paper introduced firstly the theory of direction measuring using double-differential carrier-phase and the baseline vector using least-squares method. Secondly, algorithms for fast solving integer ambiguity were analyzed in detail. Finally, the experiments indicated that the method is correct. Its positioning precision could be two millimeter angular measure, time of resolution is less than 0.3 second, and the technique has been applied in product.

Key words: GPS; carrier-phase; integer ambiguity; short baseline

WANG Xian-quan, WU Min, FENG Jiqin, DONG Chun (School of Electronic Information and Automation, Chongqing Institute of Technology, Chongqing 400050, China; Chongqing automobile college, Chongqing Institute of Technology, Chongqing 400050, China)

(上接第 110 页)

Study and realization of coastline change forecast based on GIS and RS

Abstract: Coastline change forecast system was designed to implement quantification and automation of coastline change forecast. System contained 3 parts: coastline edge extraction and vectorization, correlation factor calculation and coastline change forecast. Remote sensing images were processed by three models: coastline edge extraction with eight-neighborhood method and vectorization model, and correlation factor calculation model. Then coastline change forecast model established series GM(1, 1) models based on vector coastline data, origin and accuracy value which were input by user, and forecast coastline can be achieved by connecting a series forecast points smoothly. The system was developed by C# language with ESRI ArcObject, and was applied in Geographic Information System of Land Resources planning in Liaoning Province. The application is significant.

Key words: GIS; coastline change forecast system; edge extraction; GM(1, 1)

LN Aihua, YUE Jianwei, CHEN Luyao (College of Resources Science, Beijing Normal University / Key Laboratory of Environmental Change and Natural Disaster, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)